Общезначимость — свойство логической формулы, состоящее в том, что эта формула истинна при любой интерпретации входящих в нее нелогических символов, то есть предикатных и пропозициональных переменных.

Всякая общезначимая формула выражает логический закон. Важнейшими видами логических формул являются пропозициональные и предикатные формулы. При классическом понимании логических операций общезначимость пропозициональных формул проверяется путем построения истинностных таблиц: формула общезначима тогда и только тогда, когда при любых истинностных значениях пропозициональных переменных она принимает значение И («истина»).

Общезначимость предикатной формулы означает истинность в любой модели. Множество общезначимых предикатных формул неразрешимо, то есть не существует алгоритма, позволяющего для произвольной предикатной формулы выяснить, общезначима ли она (это результат Чёрча). Из теоремы Гёделя о полноте следует, что все общезначимые предикатные формулы и только они выводимы в классическом исчислении предикатов.

Проблема непротиворечивости исчисления высказываний заключена в доказательстве невыводимости формулы и ее отрицания.

Исчисление высказываний непротиворечиво, т. к. каждая формула, доказуемая в исчислении высказываний, является тождественно истинной формулой в алгебре высказываний и легко проверяется на таблицах истинности. Тогда отрицание формулы не является тождественно истинной формулой, что проверяется на таблицах истинности и при доказательстве в исчислении высказываний ведет к противоречию.

Непротиворечивость — свойство формальной системы, заключающееся в невыводимости из неё противоречия. Если отрицание какого-то предложения из системы может быть доказано в теории, то о самом предложении говорится, что оно опровержимо в ней. Непротиворечивость системы означает, что никакое предложение не может быть в ней и доказано, и вместе с тем опровергнуто. Противоречивая система заведомо несовершенна: наряду с истинными положениями она включает также ложные, в ней что-то одновременно и доказывается, и опровергается.

Формальные системы, обладающие этим свойством, называются непротиворечивыми, или формально непротиворечивыми. В противном случае формальная система называется противоречивой, или несовместной.

Для широкого класса формальных систем, язык которых содержит знак отрицания, эквивалентна свойству: «не существует такой формулы, что и обе доказуемы». Класс формул данной формальной системы называется непротиворечивым, если не всякая формула этой системы выводима из данного класса.

Формальная система называется содержательно непротиворечивой, если существует модель, в которой истинны все теоремы этой системы. Если формальная система содержательно непротиворечива, то она формально непротиворечива.

Для формальных систем, основанных на классическом исчислении предикатов, справедливо и обратное утверждение: в силу теоремы Гёделя о полноте классического исчисления предикатов, всякая такая непротиворечивая система имеет модель. Таким образом, один из способов доказательства непротиворечивости формальной системы состоит в построении модели.

Другой, так называемый метаматематический метод доказательства непротиворечивости, предложенный в начале XX в. Гильбертом, состоит в том, что утверждение о непротиворечивости некоторой формальной системы рассматривается как высказывание о доказательствах, возможных в этой системе. Теория, объектами которой являются произвольные математические доказательства, называется теорией доказательств, или метаматематикой. Примером применения метаматематического метода может служить предложенное Генценом доказательство непротиворечивости формальной системы арифметики

Любое доказательство непротиворечивости использует средства той или иной математической теории, а потому лишь сводит вопрос о непротиворечивости одной теории к вопросу о непротиворечивости другой. При этом говорят также, что первая теория непротиворечива относительно второй теории. Большое значение имеет вторая теорема Гёделя, которая утверждает, что непротиворечивость формальной теории, содержащей арифметику, невозможно доказать с помощью средств самой рассматриваемой теории (при условии, что эта теория действительно непротиворечива).

Наличие логической противоречивости подрывает основу рассуждения, доказательства. теории, поскольку логическая противоречивость является ахиллесовой пятой неправильного рассуждения и учения. Установление логической противоречивости теории или концепции разрушает теорию или концепцию без каких-либо дальнейших аргументов их несостоятельности